Esempi di didattica *sensata*

Domingo Paola
Liceo Issel di Finale Ligure
G.R.E.M.G. Dipartimento di Matematica Università di Genova
e-mail domingo.paola@tin.it

Che cosa io voglia intendere con "didattica *sensata*" dovrebbe essere precisato e chiarito proprio dagli esempi che proporrò e che riguarderanno diversi livelli scolari. Penso, però, che sia opportuno fare una breve premessa allo scopo di sgombrare il campo da possibili e giustificati equivoci.
Sensato deriva dal latino *sensatum*, che significa *giudizioso*, *ragionevole* e in tale accezione sembra sia stato usato intorno al 1550 da Pierfrancesco Giambullari. La radice del termine rimanda, però, anche a *sensus*, che si riferisce all'azione del percepire, del *sentire per mezzo dei sensi*. L'accezione del termine "didattica *sensata*" è quindi almeno duplice: ragionevole e legata ai sensi. La radice comune di *sensatum* e *sensus*, suggerisce l'ipotesi che l'azione del percepire, del sentire per mezzo dei sensi sia, in genere, anche *ragionevole*, *giudiziosa*: suggestione preziosa questa, che si rischia di dimenticare quando si ecceda nell'evidenziare le fallacie dei sensi, le cosiddette illusioni sensoriali, che esistono come, del resto, esistono, forse anche più numerose, quelle della ragione.
Una suggestiva interpretazione del termine *sensata* appartiene a Galileo Galilei che, quando parlava di *sensata esperienza*, si riferiva alla necessaria compresenza, per lo studio del mondo, di aspetti percettivi, ossia legati ai sensi e di aspetti legati all'intelletto, ossia razionali. Come scrive Enrico Bellone, "il sogno di Galileo è un'immagine del sapere. In essa si dice che gli uomini possono conoscere il mondo facendo appello solamente alle dimostrazioni matematiche e agli esperimenti […] Secondo Galileo, infatti, i *discorsi nostri hanno a essere intorno al mondo sensibile e non sopra un modo di carta*" (Bellone, 1980).
Io intendo l'aggettivo *sensata* nell'accezione galileiana e ritengo che i nostri studenti possano e debbano conoscere il mondo facendo appello ai sensi e alle teorie: quelli per percepire e fondare, sulle percezioni, i significati degli oggetti di studio; queste per aiutare a orientarsi nel labirinto delle percezioni, per sistemare e organizzare le nostre conoscenze in modo da poter rispondere ai *perché*. I nostri discorsi, e intendo dire di noi insegnanti e degli studenti, hanno quindi da essere intorno al mondo sensibile e non intorno a un mondo di carta: fuor di metafora, la modalità ricostruttivo – simbolica che caratterizza l'insegnamento – apprendimento nelle nostre scuole, dovrebbe essere sempre più sostituita con modalità di apprendimento percettivo – motorio (Antinucci, 2001). Tra l'altro questo compito è oggi enormemente facilitato dalla presenza di tecnologie diffuse nella società e dai costi relativamente bassi: gli esempi che presento si prefiggono proprio lo scopo di far vedere come una didattica *sensata* nell'accezione galileiana sia oggi praticabile a ogni livello scolare e come una tale didattica possa rivelarsi anche ragionevole e giudiziosa.
Tutti gli esempi che proporrò sono caratterizzati dall'uso di una tecnologia e dall'obiettivo di avviare gli studenti al sapere teorico come strumento per aiutare a osservare e per spiegare *perché* ciò che si osserva si comporta nel modo in cui noi lo vediamo.

Primo esempio: le calcolatrici nella scuola elementare
L'uso delle calcolatrici nella scuola elementare è argomento sufficientemente dibattuto che coinvolge, come spesso avviene per la scuola di base, non solo gli insegnanti, ma anche le famiglie degli studenti. A testimonianza della delicatezza del tema, ricordo che un recente articolo di Gianfranco Arrigo (Arrigo, 2004), che suggeriva di smetterla con le operazioni in colonna, ha suscitato reazioni piuttosto allarmate da parte di molti docenti di vari livelli scolari. Purtroppo su argomenti di questo tipo si assiste spesso a uno scontro di opinioni, piuttosto che a un confronto sensato di idee. A mio avviso la posizione più corretta da assumere di fronte a un problema di questo tipo è quello di porsi le seguenti domande: "come posso utilizzare le risorse messe a

disposizione dagli strumenti di calcolo automatici?” (per esempio le calcolatrici nella scuola elementare); “come evitare che questo uso si traduca in una perdita di competenze significative per gli alunni?”; “l’uso di strumenti automatici di calcolo può favorire la formazione di competenze altrimenti difficilmente raggiungibili per studenti dei primi anni della scuola elementare?”; “quali nuovi problemi sorgono e quali possono essere risolti con l’uso degli strumenti automatici di calcolo nella scuola elementare?”

Proverò a rispondere in modo unitario a queste domande attraverso alcuni esempi di uso delle calcolatrici nella scuola elementare; si vedrà che, dalla prospettiva che propongo, la disputa “operazioni in colonna sì o no” acquista un altro senso e perde molte delle ragioni polemiche che, in genere, la caratterizzano.

La prospettiva con cui in genere affronto i problemi legati all’uso di una tecnologia nella scuola è quella di Rabardel, in particolare relativa alla dialettica artefatto – strumento e alla genesi strumentale. Rabardel (Rabardel, 1995; Verillon & Rabardel, 1995) distingue tra l’artefatto, ossia il dispositivo con le sue caratteristiche fisiche o simboliche, ma puramente tecniche, e lo strumento, che è costituito non solo dall’artefatto, ma anche e soprattutto dagli schemi di utilizzazione dell’artefatto, dei quali il soggetto è riuscito ad appropriarsi. La genesi strumentale è il processo che porta dall’artefatto allo strumento e si distingue in *instrumentalisation*, che riguarda in sostanza l’appropriarsi delle modalità e potenzialità di funzionamento dell’artefatto, e *instrumentation*, che invece riguarda gli schemi di utilizzazione dell’artefatto, in genere rivolti alla soluzione di particolari classi di problemi.

L’analisi di Rabardel suggerisce che l’artefatto *calcolatrice* possa essere caratterizzato da diversi schemi sociali di utilizzazione: alcuni di questi potrebbero essere particolarmente appropriati per gli alunni della scuola elementare, altri poco adatti o addirittura controproducenti. Naturalmente do per scontato che l’obiettivo di attività di insegnamento – apprendimento che riguardano l’uso della calcolatrice sia quello di aiutare gli alunni a fare esperienza con i numeri, con le operazioni tra essi, con le loro proprietà e con i problemi che possono essere affrontati con le conoscenze relative a numeri e operazioni: insomma l’obiettivo è quello di far conoscere agli alunni l’aritmetica elementare. La calcolatrice è un oggetto che, molto probabilmente, qualche bambino ha visto anche prima di andare a scuola: è un artefatto che in genere viene utilizzato per fare i conti velocemente e per non sbagliarli. In altri termini, al di fuori della scuola, la calcolatrice viene utilizzata come protesi che potenzia le nostre limitate capacità di calcolo e rende (o almeno dovrebbe rendere) i risultati più affidabili. Questo schema d’utilizzazione è appropriato per la scuola elementare? A me non sembra: se l’obiettivo è quello di far conoscere agli alunni l’aritmetica elementare, come può essere utile uno strumento che nasconde i processi di calcolo e le proprietà delle operazioni limitandosi a fornire un risultato? Lo schema d’uso sociale della calcolatrice che viene fatto al di fuori della scuola non è adatto a essere importato nelle aule scolastiche dei primi anni della scuola elementare. È però possibile utilizzare in altro modo le risorse messe a disposizione dall’artefatto *calcolatrice*: è possibile, anzi è necessario pensare ad altre modalità di utilizzazione che consentano di perseguire l’obiettivo prefissato, magari ponendo nuovi problemi (per inciso: considero la nascita di nuovi problemi nella didattica un aspetto molto positivo, perché è proprio la nascita di nuovi problemi da risolvere, di nuove sfide, che testimonia la vitalità di una disciplina).

A mio avviso gli schemi di utilizzazione dell’artefatto calcolatrice particolarmente appropriati per conseguire l’obiettivo di far conoscere agli alunni l’aritmetica elementare sono quelli che favoriscono attività di esplorazione, osservazione, produzione e validazione di congetture per motivare, infine, a porsi e a rispondere a domande del tipo “ma *perché* è così?”

Facciamo qualche esempio di attività per chiarire:

Attività 1. (con la calcolatrice)

Parti da 0 e aggiungi 5. Continua così, aggiungi sempre 5 al risultato che ottieni. Riuscirai mai a raggiungere il numero 37? E il numero 72? E se, invece, parti dal numero 2? E dal numero 3?

Ovviamente è necessario lasciare agli alunni il tempo necessario per compiere le esplorazioni, per comunicare e confrontare i risultati, con la presenza costante e forte della maestra o del maestro che

può e deve agire in zona di sviluppo prossimale, rispondendo alle domande dei bambini mentre lavorano, suggerendo nuove ricerche, ponendo altre questioni. A questa attività di ricerca individuale e in piccoli gruppi di lavoro, deve far seguito una discussione di bilancio e sistemazione alla presenza dell'intera classe, orchestrata dall'insegnante (Bartolini, Boni & Ferri, 1995).
È solo a questo punto, a mio avviso, ossia dopo che si sono consumate, discusse e meditate esperienze, che gli alunni possono essere motivati a cercare insieme all'insegnante le risposte a domande del tipo: "ma *perché*, se parto dal numero 0 non raggiungerò mai 37 continuando ad aggiungere 5 e *perché* se, invece, parto dal numero 2 lo raggiungo?"
Più ancora della risposta è il senso, il significato di queste domande a essere importante: è necessario lavorare costantemente e sistematicamente ai fianchi gli alunni per portarli a comprendere il significato delle domande del tipo *perché*. Le risposte a queste domande possono darsi solo ricorrendo alla teoria, ossia a un sistema di conoscenze organizzate, nel quale certi fatti sono utilizzati per spiegarne altri. Nel caso dell'attività proposta come esempio, le risposte possono essere date utilizzando come fatto di partenza le regolarità (osservate prima e date poi dall'insegnante) della retta numerica, da cui possono essere fatte discendere, per esempio, le tabelline, le classi di resto e così via…

Attività 2 (inizialmente senza la calcolatrice)
Date, nel tempo più breve possibile, senza usare la calcolatrice, due numeri che si avvicinino al risultato di $112 \cdot 3$. Il primo numero non deve essere maggiore del risultato di $112 \cdot 3$, mentre il secondo numero non deve essere minore. Lo scopo è di rendere più piccola possibile, nel breve tempo concesso, la differenza tra i due numeri forniti.
Lo stesso con altri numeri, per esempio, $29 \cdot 37$…
Dopo aver socializzato le differenti risposte, l'insegnante indica l'alunno o gli alunni che hanno trovato la differenza più piccola e chiede alla classe di verificare, in piccoli gruppi e con la calcolatrice, la correttezza della sua indicazione. Naturalmente per un'attività di questo tipo è necessario aver sviluppato in precedenza la conoscenza delle tabelline, delle moltiplicazioni per 10, 100, 1000 … e non sarebbe male anche qualche strategia di calcolo mentale su numeri piccoli (per esempio prodotti di numeri di una cifra per numeri a due cifre).
La calcolatrice, in questo caso, più che come strumento di scoperta, viene utilizzata come strumento di verifica dei risultati ottenuti con tecniche e strategie di calcolo mentale.
L'esperienza può continuare discutendo le strategie messe in opera dagli alunni che conseguono, in media, risultati più brillanti. In ogni caso, quando gli alunni hanno effettuato il calcolo di $112 \cdot 3$ con la calcolatrice e hanno visto che il risultato è 336, l'insegnante potrebbe avere buon gioco a chiedere "*perché* $112 \cdot 3 = 336$?"
Ecco nuovamente la richiesta di rispondere a un *perché*. A questo punto l'insegnante ha il compito delicato di fornire agli alunni uno strumento teorico che consenta di rispondere alla domanda e di far capire al tempo stesso che non ci si vuole accontentare della risposta che dà la calcolatrice. Quella risposta ci dice che le cose stanno così, ci assicura che $112 \cdot 3 = 336$, ma non ci spiega *perché* $112 \cdot 3 = 336$. Si tratta di un passaggio molto delicato che richiede tempo, pazienza e che comporta sicuramente momenti di disorientamento: degli studenti, perché si richiede loro di iniziare a condividere, con l'insegnante, la razionalità dell'edificio matematico e dell'insegnante, per il tempo che un'azione di questo tipo può comportare. Comunque è proprio per rispondere a domande di questo tipo che l'insegnante deve scegliere una procedura di calcolo che renda trasparente che cosa accade quando si moltiplica $112 \cdot 3$ e si ottiene 336. Rendere trasparente vuol dire ricondurre la procedura a conoscenze che gli alunni hanno già sistemato con l'aiuto dell'insegnante. La scelta delle procedure in colonna o in riga deve quindi essere effettuata sulla base di quale delle due è più trasparente ossia quale delle due (o eventualmente altre) consente di essere più esaurienti nella risposta alla domanda *perché?*
A me sembra che questa prospettiva sia sensata e abbia il pregio di evitare una certa animosità fra i sostenitori della conservazione delle operazioni in colonna e quelli che spingono per la loro

eliminazione. Si tratta solo di scegliere, in piena libertà, la procedura più adeguata allo scopo che ci si è prefissati. Il che non esclude, ovviamente, l'introduzione di queste o altre procedure per altri scopi che si ritengano importanti.

Secondo esempio: Cabri nella scuola elementare

Da qualche tempo, anche se accompagnate da qualche perplessità e da inviti a fare molta attenzione, iniziano a prendere consistenza alcune esperienze di uso di Cabri nella scuola elementare. Nel 2001, per esempio, Teresa Assude ha presentato al convegno di Cabri world a Montreal un'interessante relazione (Assude, 2001) alla quale mi sono ispirato nella proposta di questo esempio.

Sono convinto che, se si pensa di proporre attività con Cabri nella scuola elementare, sia opportuno scegliere attività che prevedano fogli di lavoro già costruiti dall'insegnante e sui quali gli studenti possano effettuare esplorazioni e osservazioni limitandosi all'uso del mouse, senza dover effettuare alcuna costruzione. Ritengo didatticamente importante che gli studenti possano concentrarsi su attività di esplorazione e osservazione delle figure geometriche, senza essere distratti dalla preoccupazione per la sintassi dei comandi di Cabri o dalla ricchezza delle voci del menu. Per questo motivo, vedrei molto bene fogli di lavoro che presentino costruzioni geometriche effettuate dall'insegnante, con un menu appositamente scelto, nel quale sia presente unicamente il comando "puntatore" ed eventualmente i comandi "testo" e "colore". Ciò consentirebbe agli alunni di concentrarsi sull'attività di esplorazione e osservazione, facilitando il delicato compito di appropriarsi di schemi d'uso tesi a favorire la costruzione di immagini mentali ricche e dinamiche, molto importanti per far crescere l'esperienza geometrica e la conoscenza di proprietà.

Nell'esempio che propongo il foglio di Cabri contiene una figura che, apparentemente, è un quadrato.

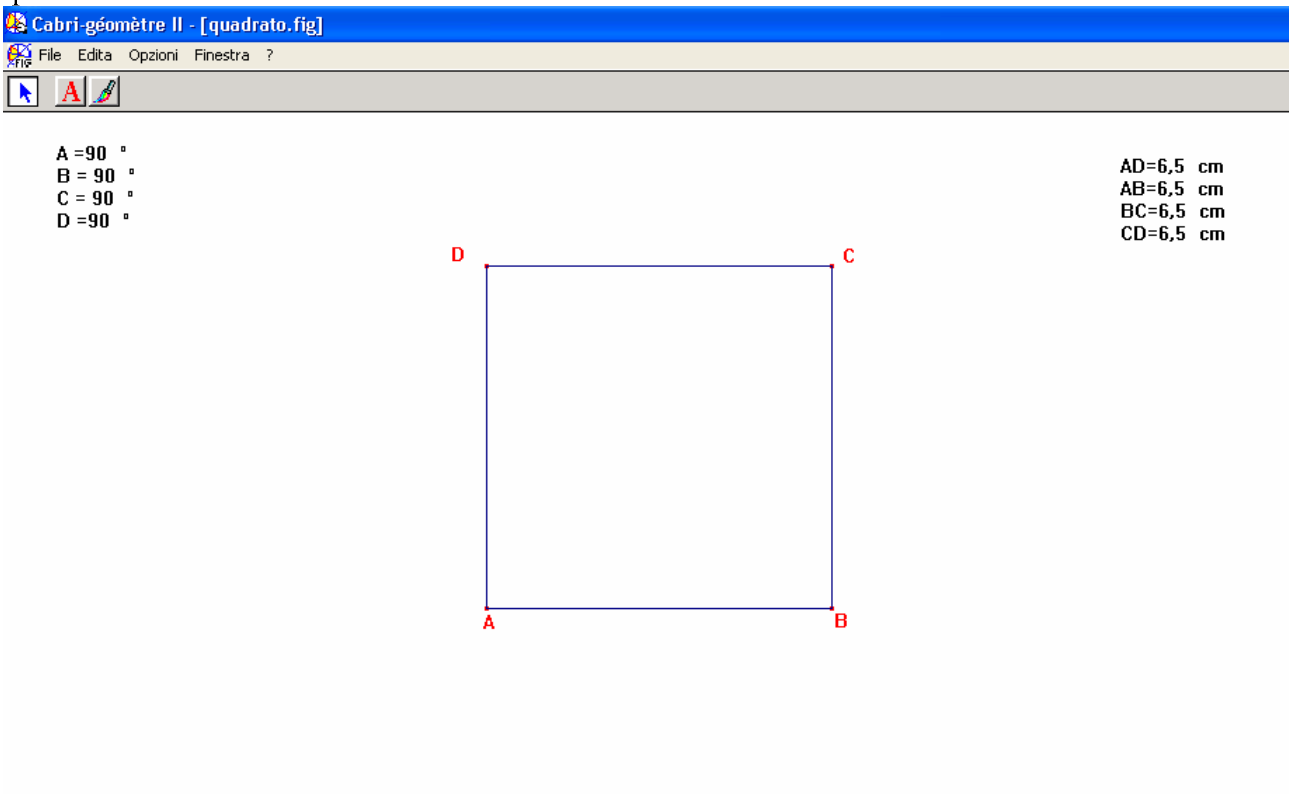

Fig 1

Inizialmente l'osservazione può essere guidata dall'insegnante che aiuta gli alunni a concentrare l'osservazione sulle proprietà della figura che compare sul foglio e sulle relazioni tra le parti della figura geometrica e i numeri che esprimono misure di lai parti. In seguito si possono invitare gli alunni a trascinare i punti liberi della figura e a scoprire che cosa varia nella figura e quali, invece, sono le caratteristiche che si conservano con qualunque tipo di movimento. Se l'insegnante, per esempio, ha costruito un parallelogrammo, il foglio di lavoro dovrebbe consentire agli studenti di scoprire, mediante esplorazione e osservazione, le proprietà del parallelogrammo e i casi di parallelogrammi particolari.

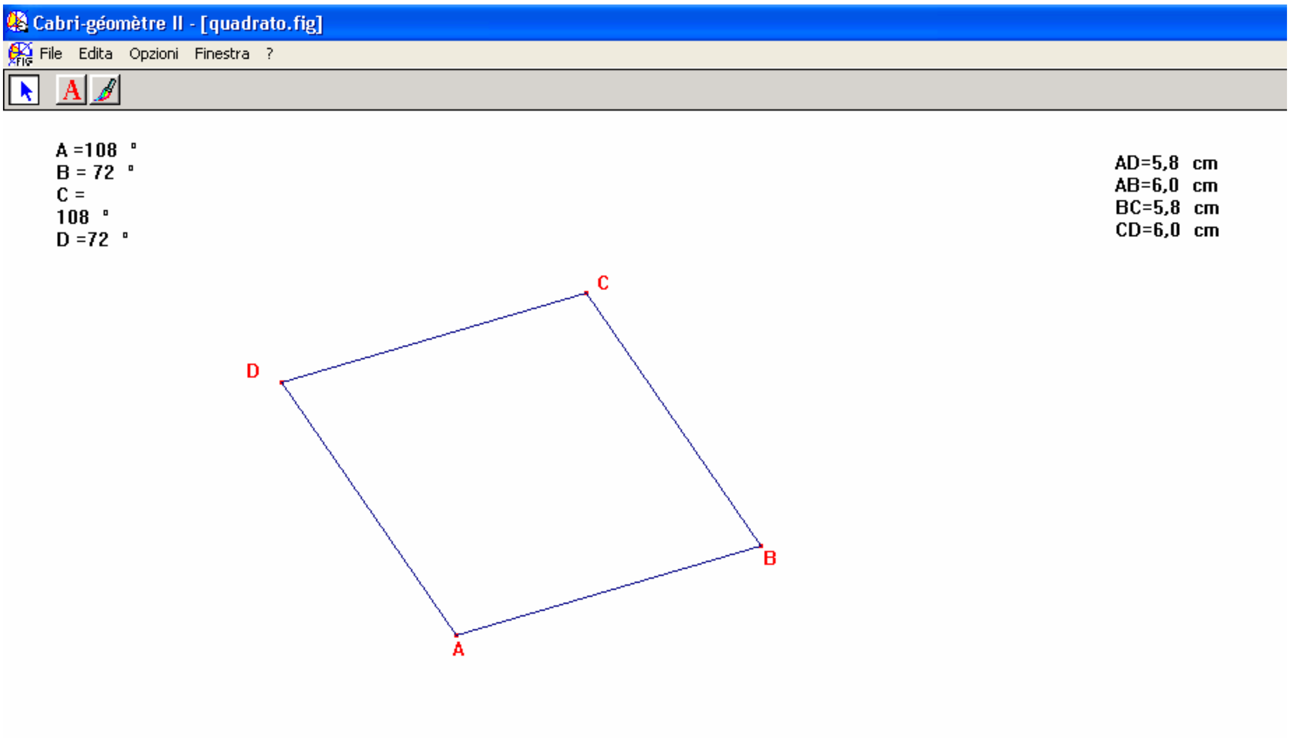

Fig. 2

Naturalmente quello del trascinamento è uno schema d'uso la cui acquisizione non è detto che sia del tutto scontata e naturale: è l'insegnante che deve farsi carico della genesi strumentale e cioè dell'evoluzione dell'artefatto Cabri nello strumento utile a effettuare esplorazioni, osservazioni e riconoscimento di invarianti. La scelta di un menu fortemente ridotto è una strategia didattica mirata allo scopo di aiutare l'acquisizione dello schema d'uso del trascinamento, ma da sola non è sufficiente: essa deve essere affiancata da esempi di esplorazioni e osservazioni compiuti dall'insegnante nei piccoli gruppi di lavoro e da discussioni matematiche condotte alla presenza dell'intera classe, nella quale sia possibile condividere e discutere le strategie di esplorazione compiute dai vari gruppi.
Un'evoluzione di quest'attività potrebbe essere quella di iniziare con un foglio che presenta più disegni apparentemente identici, per esempio sei quadrati, ma il primo dei quali è proprio un quadrato, il secondo un rettangolo, il terzo un rombo, il quarto un parallelogramma, il quinto un trapezio, il sesto un quadrilatero qualunque e chiedere di scoprire la "vera natura" delle figure con la funzione di trascinamento.
A mio avviso attività di questo tipo, se inserite in un ambiente di insegnamento – apprendimento opportuno, potrebbero aiutare significativamente l'evoluzione dall'esplorazione e osservazione di "fatti geometrici", alla verbalizzazione di quanto osservato e alla produzione e formulazione di congetture che verrebbero inizialmente validate in Cabri e poi, con l'aumentare dell'esperienza e delle conoscenze matematiche degli studenti, giustificate mediante l'uso dei conoscenze teoriche.
Quando parlo di ambiente di insegnamento – apprendimento opportuno intendo dire un ambiente caratterizzato da una didattica lunga, tesa alla costruzione di significato degli oggetti di studio, assolutamente libera da preoccupazioni e ansietà legate alla mancanza di tempo o all'esigenza di *finire il programma*. Mi riferisco a un ambiente nel quale l'attenzione dell'insegnante sia rivolta ai processi di pensiero degli studenti mentre lavorano e mentre comunicano strategie risolutive e conoscenze; un ambiente nel quale la preoccupazione principale sia quella di motivare gli studenti a

produrre pensiero e ad ascoltare e discutere le idee che emergono dal lavoro in classe. Un ambiente nel quale si condivida un concetto di razionalità più ampio di quello che in genere si individua con il termine *razionalità scientifica*: un concetto di razionalità simile a quello descritto da Habermas: "Noi *conosciamo* fatti e possediamo un sapere su di essi soltanto quando, contemporaneamente, sappiamo *perché* i giudizi corrispondenti sono veri. Altrimenti parliamo di sapere intuitivo o implicito, di un sapere *pratico* di *come* si fa qualcosa. Si può benissimo intendersi di qualcosa senza sapere *che cosa è* che costituisce queste competenze. Invece l'espresso *sapere qualcosa* è implicitamente legato a un *sapere perché* e rimanda, per questo, a potenziali giustificazioni. […] Naturalmente ciò non significa che opinioni o convinzioni razionali siano sempre composte di giudizi veri. Chi condivide opinioni che si dimostrano non vere non è ipso facto irrazionale; irrazionale è chi difende dogmaticamente le proprie opinioni e le mantiene, pur vedendo che non può motivarle. Per qualificare un'opinione come razionale basta che essa, nel contesto di giustificazione dato, possa con buone motivazioni essere ritenuta vera, ossia accettata razionalmente" (Habermas, 2001)
Tutto ciò apre inevitabilmente problemi, perché non è semplice e forse è anche sotto certi aspetti rischioso adottare un criterio di razionalità più ampio che contenga come suo sottoinsieme quello della razionalità scientifica e non si contrapponga a esso. A me sembra che la posizione di Habermas sia molto interessante e possa essere esplorata dalla ricerca didattica e nella prassi didattica. Due azioni possibili:

a) non rifiutare, ma discutere posizioni che si fondano su conoscenze ed esperienze in disaccordo con i nostri sistemi di conoscenze ed accettarle fino a che si dimostrano fondate su argomentazioni coerenti internamente e con i fatti osservati;
b) dedicare moltissimo tempo a fondare percettivamente le conoscenze che si vorranno utilizzare per spiegare altre conoscenze.

Un esempio per cercare di chiarire i due punti precedenti: se un bambino giustifica il fatto che le ombre del Sole sono più lunghe all'alba e al tramonto rispetto alla parte centrale della giornata con una lotta tra il giorno e la notte che vede il Sole avere gradualmente ragione dell'ombra fino a che è troppo stanco per riuscire a non farsi nuovamente sopraffare, dovremmo accettare la coerenza della sua spiegazione con la situazione fenomenica a cui si riferisce e quindi la razionalità della sua argomentazione, anche se non in accordo con il modello geometrico delle ombre.
Un esempio relativo al punto b) può essere il seguente: supponiamo di aver fatto fare diverse esperienze agli alunni sul fatto che la somma degli angoli interni di un triangolo è 180° e quindi di aver fondato percettivamente questa conoscenza. Per fondare la conoscenza che la somma degli angoli interni di un quadrilatero è 360° non dovrebbero essere necessarie molte esperienze: dovrebbe essere sufficiente notare che ogni quadrilatero può essere diviso in due triangoli. L'idea, quindi, è di scaricare il processo di fondare le conoscenze sull'esperienza, che richiede molto tempo, su alcune conoscenze che vengono poste alla base di una teoria e di ottenere le altre con ragionamenti, come conseguenza logica delle conoscenze di base. Il che non vuol assolutamente dire che non possano rivelarsi didatticamente e cognitivamente utili anche verifiche sperimentali di conoscenze già dedotte logicamente o che non sia cognitivamente importante e, a volte, necessario procedere a ristrutturazioni, anche profonde, di teorie già sistemate. Anzi la ristrutturazione, a tempo debito, di sistemi di conoscenze è attività molto importante per un'acquisizione sempre più profonda del ruolo e della funzione di una teoria e per quella del concetto di razionalità.

Terzo esempio: i sensori di posizione nella scuola media
Mi limito a presentare il seguente esempio di uso dei sensori di posizione proposto in una classe di terza media alcuni anni fa. Chi desiderasse approfondire alcune questioni legate all'uso dei sensori di posizione anche nei primi anni di scuola secondaria può far riferimento a una letteratura ormai abbastanza vasta e di cui mi limito a indicare solo alcuni riferimenti (Arzarello & Robutti, in stampa; Ferrara & Robutti, 2002; Paola, 2001; 2002; 2003).

Ricordo che, con sensore di posizione, si intende un dispositivo capace di rilevare la variazione della posizione rispetto al tempo di un oggetto che si muove di fronte al dispositivo. Il sensore, in sostanza un sonar, può essere collegato a una calcolatrice che elabora i dati ricevuti e li traduce in un grafico spazio – tempo, velocità – tempo o accelerazione – tempo. Con questo dispositivo, uno studente, movendosi, può osservare direttamente sul visore della calcolatrice o, proiettata con opportuni dispositivi su uno schermo, la traccia della variazione della sua posizione nel tempo rispetto a un fissato sistema di riferimento. Per esempio, lo studente può rendersi conto che la pendenza del grafico della traccia osservata aumenta all'aumentare della velocità con cui si muove, oppure che l'avvicinarsi all'origine del sistema di riferimento genera un grafico in "discesa", ossia decrescente e così via. Insomma, può iniziare a costruirsi significati per concetti come quelli di velocità, accelerazione, pendenza di un grafico, concavità, senza disporre di un bagaglio formale, un tempo probabilmente necessario, ma fondandoli su esperienze fortemente percettive. Riuscire a controllare con il proprio corpo o, meglio, imparare a usare il proprio corpo per produrre un grafico posizione – tempo o velocità – tempo offre potenzialità didattiche fino a qualche anno fa non facilmente disponibili. Le esperienze effettuate in classi di terza media sono descritte qui di seguito.
Dopo aver suddiviso gli studenti in gruppi composti da quattro o cinque alunni, sono state effettuate, nell'ordine, le seguenti attività:

1. a turno, ciascun coordinatore di ogni gruppo si è mosso rispetto al sensore, osservando la traccia del proprio movimento proiettata su un muro dell'aula grazie a un view screen posto su una lavagna luminosa e collegato alla calcolatrice. La consegna prevedeva che anche gli altri studenti osservassero attentamente, dal proprio banco, il movimento dei coordinatori e la traccia descritta sul muro dell'aula.
2. Gli studenti si sono riuniti nei gruppi di lavoro per riflettere e discutere su quanto avevano fatto o visto fare. La consegna era quella iniziare ad avanzare ipotesi (o di confrontare quelle eventualmente già pensate individualmente durante la precedente attività) sul come e perché il movimento fosse legato al grafico osservato sul muro.A turno, tutti gli alunni che nella prima attività si erano limitati semplicemente a osservare il movimento dei coordinatori dei gruppi di lavoro, sono stati chiamati a compiere essi stessi il movimento. Inizialmente, però, la lavagna luminosa veniva spenta: i compagni di gruppo (eventualmente anche di altri gruppi) dovevano disegnare un grafico tempo – posizione che rappresentasse il movimento. Alla fine del movimento, la lavagna veniva riaccesa, in modo che gli studenti potessero confrontare la traccia disegnata sul muro con il grafico tempo-posizione disegnato sul foglio.
4. Gli studenti si sono nuovamente riuniti in gruppi di lavoro per rispondere a domande specifiche riguardanti l'interpretazione di alcune caratteristiche grafiche delle tracce osservate sul muro (per esempio dovevano spiegare che cosa suggeriscono un segmento orizzontale, uno obliquo, oppure un tratto di curva e così via…)
5. A turno, i coordinatori di ciascun gruppo sono stati invitati a muoversi, con il sensore in funzione e con la traccia proiettata alle loro spalle, in modo tale che essi, al contrario dei compagni, non potessero osservare la traccia prodotta dal proprio movimento. I coordinatori dovevano descrivere verbalmente, al tempo stesso, i propri movimenti e le caratteristiche significative della traccia proiettata sul muro e visibile a tutti gli altri studenti. I compagni di gruppo dovevano prendere nota di eventuali errori commessi dal coordinatore per poi discuterne al termine dell'esperienza.
6. A turno, tutti gli studenti dovevano cercare di riprodurre, con il proprio movimento, un grafico tempo-posizione generato dalla calcolatrice.
7. A turno, ciascun coordinatore si è mosso e i compagni di gruppo hanno riportato, sul proprio quaderno, la traccia proiettata sul muro durante il movimento del coordinatore. Al termine del movimento, il coordinatore, utilizzando una specifica funzione fornita dalla calcolatrice, ha rilevato un certo numero di coppie di dati "tempo-posizione". I dati i raccolti sono stati elaborati in classe dagli studenti, con l'aiuto l'insegnante, in successive lezioni.

Quarto esempio: Cabri nella scuola secondaria superiore

Se l'uso di Cabri nella scuola elementare suscita ancora molte riserve e perplessità e le esperienze condotte possono essere considerate quasi pionieristiche, l'uso di Cabri nella scuola secondaria superiore è ormai consolidato.

Moltissimi sono i lavori prodotti in campo nazionale e internazionale sull'uso di Cabri. Da qualche anno viene organizzato anche un convegno mondiale sull'uso di Cabri che quest'anno si è tenuto a Roma e al quale partecipano ricercatori in didattica della matematica e insegnanti di tutta la comunità mondiale. Molti lavori sull'uso di Cabri hanno concentrato l'attenzione sul ruolo delle costruzioni nell'insegnamento – apprendimento della geometria; altri hanno studiato e analizzato le diverse modalità di trascinamento cercando di ottenere da esse informazioni sui processi di pensiero degli studenti impegnati in diverse tipologie di attività; altri ancora hanno prestato attenzione al ruolo della traccia, del luogo di punti e della misura come strumenti nei processi di insegnamento – apprendimento. Tutti questi studi hanno in comune l'attenzione alla genesi strumentale, ossia l'evoluzione da semplice artefatto a strumento caratterizzato da ben precise modalità d'uso e l'obiettivo didattico di avviare gli studenti al pensiero teorico. Per chi fosse interessato a indicazioni bibliografiche su questi lavori rimando al testo della conferenza plenaria che ho tenuto con Ornella Robutti a Roma e che è stata pubblicata, in forma elettronica sugli atti di Cabri world 2004 (Paola & Robutti, 2004). Qui mi limito a presentare gli ingredienti principali di un ambiente di insegnamento – apprendimento teso ad avviare gli studenti di scuola secondaria superiore alla dimostrazione in geometria e, quindi, al sapere teorico:

a) problemi aperti, ossia problemi dal testo non troppo lungo e complesso, che non richiedano esplicitamente compiti del tipo "dimostra che", ma che, invece, propongano attività di esplorazione e osservazione e favoriscano la produzione di congetture motivando alla loro validazione;
b) uso di un ambiente di geometria dinamica con particolare attenzione agli schemi di utilizzazione della funzione di trascinamento come strumento per potenziare le capacità di esplorazione e osservazione e per testare la validità delle congetture prodotte;
c) Riconsiderazione del ruolo e della funzione della dimostrazione. Tale ruolo, infatti, non può essere indipendente dalle attività proposte e dagli schemi d'uso del software utilizzato, ma non ne può nemmeno essere semplice conseguenza. Il docente, che progetta l'ambiente di insegnamento – apprendimento deve avere ben chiari il ruolo e la funzione della dimostrazione che vuole veicolare agli studenti attraverso l'attività didattica.

In riferimento al punto c), che è sicuramente il più delicato, se l'insegnante ritiene che la dimostrazione sia un processo atto a convincere o a garantire la verità di una congettura, deve essere consapevole che l'uso di Cabri rischia di entrare molto spesso in conflitto con tale idea, risultando alla fine controproducente, invece che di aiuto. Infatti le risorse messe a disposizione dal trascinamento, dalla misura, dalla verifica di una proprietà sono spesso del tutto sufficienti a convincere e a garantire la verità di una congettura: la dimostrazione non aggiungerebbe alcunché a questa convinzione e, anzi, in alcuni casi potrebbe essere considerata non solo inutile, ma anche disorientante, perché il suo ruolo potrebbe essere addirittura quello di rendere meno trasparente una verità che in Cabri è evidente. L'uso di un software di geometria dinamica suggerisce di evidenziare il ruolo e la funzione della dimostrazione come attività volta a spiegare *perché* una determinata congettura vale, ossia a precisarne la relazione di conseguenza logica con gli assiomi della teoria. Come diceva Polya, prima ci si convince e solo dopo si è pronti e motivati a dimostrare, ossia a spiegare *perché*. In questo senso e solo da questa prospettiva Cabri può diventare un formidabile strumento di avvio al sapere teorico, di introduzione al ruolo e alla funzione di una teoria e, in essa, dei processi dimostrativi: Cabri infatti consente spesso di convincersi al di là di ogni dubbio e quindi prepara e motiva a dimostrare, ossia a spiegare *perché*.

Riporto qui di seguito, al solo scopo esemplificativo, tre problemi aperti proposti a studenti di vari livelli di scuola secondaria superiore.

Problema 1
Sia dato un quadrilatero ABCD e siano L, M, N e P rispettivamente i punti medi dei lati AB, BC, CD, DA. Che configurazioni assume il quadrilatero LMNP al variare di ABCD? Giustificare le risposte.
Problema 2
Sia dato un quadrilatero ABCD. Tracciate gli assi *a* del lato AB, *b* del lato BC, *c* del lato CD, *d* del lato DA. Sia A' il punto di incontro degli assi *a* e *b*, B' il punto di incontro di *b* e *c*, C' il punto di incontro di *c* e *d*, D' il punto di incontro di *a* e *d*. Studiare come varia A'B'C'D' al variare di ABCD. Giustificate le risposte.
Problema 3
È stata trovata una mappa del tesoro che riporta le seguenti indicazioni: vai sull'isola segnata sulla carta. Appena sceso sull'isola, che ha un solo approdo, troverai un melo M un pino P e una quercia Q. Da M dirigiti in linea retta fino a giungere in P. Qui gira verso la tua destra di 90 gradi e percorri un segmento di lunghezza uguale a quella di MP. Pianta in questa posizione un paletto P1. Quindi ritorna in M e da qui dirigiti verso Q in linea retta. Giunto in Q gira a sinistra di 90 gradi e percorri un segmento di lunghezza uguale a quella di MQ. Pianta, in questa posizione un paletto P2. Il tesoro T si trova nel punto medio del segmento P1P2.
Ariele, giunto sull'isola del tesoro, ha la brutta sorpresa di non trovare più il melo M. Ci sono P e Q ma non c'è M. Potrà trovare ugualmente il tesoro? Giustificate la risposta.
Approfondimenti relativi a queste esperienze, con l'esplicitazione di veri e propri percorsi pluriennali, con la discussione dell'opportunità didattica delle attività svolte e con un'analisi piuttosto raffinata delle strategie risolutive e delle pratiche di trascinamento messe in atto dagli studenti possono essere trovati in vari lavori che ho pubblicato, da solo o con altri colleghi in questi ultimi anni (Paola & Robutti, 2001; Olivero, Paola & Robutti, 2001; Furinghetti & Paola, 2002; Arzarello & al., 2002; Furinghetti & Paola, 2003; Paola, 2004a; Paola, 2004b).

Per quel che riguarda altri esempi di didattica sensata, in particolare volti all'introduzione dei primi elementi di analisi nella primo biennio della scuola secondaria rimando a due miei recenti lavori (Paola, in stampa1; in stampa2) e, soprattutto ai materiali già prodotti e disponibili sul sito http://www.matematica.it/paola (cliccare, successivamente, su "lavori in corso" e "analisi"). Questi ultimi hanno l'ambizione di fornire un percorso completo per l'avvio ai primi elementi di analisi nel biennio della scuola secondaria effettuato con il software TI InterActive! di cui è necessario disporre della versione 1.2 per scaricare i materiali. Se, invece, non si dispone di TI InterActive! è possibile scaricare una precedente versione (e quindi non aggiornata e meno interattiva) degli stessi materiali in file word seguendo il percorso "materiali vari" – "schede e problemi" e poi cliccando sull'hotword "schede di lavoro per un biennio di scuola secondaria".
Si tratta di materiali che sono in fase di elaborazione e sperimentazione e che, pertanto, possono essere viziati da errori, imprecisioni e inopportunità didattiche. Per questo mi limito, in quest'occasione, a indicare l'indirizzo del sito web da cui possono essere scaricati, analizzati, criticati e, magari sperimentati, anche solamente in parte.

Esistono criteri per riconoscere una didattica non sensata e non ragionevole?
Ho cercato di precisare che cosa intendo per didattica sensata attraverso la descrizione di alcune esperienze che ritengo didatticamente sensate; naturalmente, non tutte le esperienze che non sono didatticamente sensate, secondo l'accezione galileiana, devono essere considerate irragionevoli. Penso sia abbastanza naturale convenire che possono esistere esperienze didattiche poco legate agli aspetti percettivi e all'esperienza sensibile e, al tempo stesso, del tutto ragionevoli, ossia coerenti con gli obiettivi prefissati e adeguate al loro conseguimento. La precisazione è quanto mai opportuna per evitare di caricare di eccessiva e non voluta vis polemica questo testo.
Al tempo stesso vedo frequentemente segnali che suggeriscono didattiche non sensate e non ragionevoli e quindi non voglio sottrarmi alla responsabilità di indicare alcuni criteri che mi sembra possano essere utili per evitare di cadere in scelte didattiche inopportune o addirittura irragionevoli:

purtroppo è un rischio che tutti noi corriamo quotidianamente, aggrediti dai sempre maggiori problemi e carichi che coinvolgono la nostra professione.
Primo criterio (altrimenti noto come *effetto vampiro*).
Verificare che un'innovazione o un aspetto innovativo non venga mitizzato e reso tout court *l'innovazione*. Per comprendere la pericolosità di questo effetto, pensate al ruolo svolto dall'insiemistica nella scuola dell'obbligo e non solo dell'obbligo; oppure pensate alla programmazione in Pascal, o agli ipertesti.

Secondo criterio (altrimenti noto come *effetto gattopardo*)
Verificare che i cambiamenti non siano solo apparenti; insomma … evitare i lifting.
Pensate alle parole di Giovanni Prodi, quando, in una memorabile conferenza a Salsomaggiore nel 1979 ammoniva che le patate di Eulero – Venn venivano messe al posto di espressioni complicate, modificando tutto in apparenza, ma nulla nella sostanza.

Terzo criterio (altrimenti noto come *effetto Muzio Scevola*)
Verificare che i nostri studenti non si limitino a ricordare della politica economica militare romana il braccio arso di Muzio Scevola. Fuor di metafora: chiediamo ai nostri studenti, verso la fine del percorso che cosa si ricordano della matematica studiata e iniziamo a preoccuparci se ai primi posti mettono la regola di Ruffini e le equazioni logaritmiche ed esponenziali.

Quarto criterio (altrimenti noto come *effetto San Gennaro*)
Verificare che i successi e gli insuccessi della nostra azione didattica possano essere ricondotti a cause controllabili e non a qualcosa su cui non abbiamo controllo. Se è vero che spesso nella didattica alcune cose sembrano funzionare in modo miracolistico o sembra che un piccolo demonio impedisca che tutto vada come deve andare, evitiamo di rinunciare a fare ipotesi razionali sui motivi di tali successi e insuccessi. In questa ricerca non dimentichiamo l'aiuto che può dare la ricerca didattica con i suoi costrutti teorici, che non sono fatti per essere applicati alla lettera in classe, ma che offrono strumenti importantissimi per interpretare e gestire le dinamiche di classe.

Quinto criterio (altrimenti noto come *effetto D'Alembert*)
Verificare di non esagerare con la richiesta fatta agli studenti di iniziare a lavorare, studiare e imparare, che poi qualcosa si capirà: altro che andare avanti per "far venire la fede"; spesso è necessario avere fede per andare avanti. Fuor di metafora, è necessario che gli studenti capiscano mentre lavorano e mentre studiano: la costruzione di significato per gli oggetti di studio, di regola, deve essere premessa per (o andare di pari passo con) lo studio e non esserne una conseguenza.

Sesto criterio (altrimenti noto come *effetto serendipità*)
Verificare che la soddisfazione per la nostra azione didattica non sia dovuta essenzialmente a piccoli tesori non voluti e trovati occasionalmente nel percorso: una ragionevole ed efficace didattica deve poter prevedere successi e azioni riuscite e non affidarsi al caso e alla fortuna.

Settimo criterio (altrimenti noto come *effetto Frankenstein*)
Verificare che, nella nostra azione didattica, effetti innovativi e di conservazione della tradizione si integrino armoniosamente: l'effetto "assemblaggio selvaggio" genera i mostri (della ragione!).

Bibliografia

Antinucci, F., 2001, *La scuola s'è rotta*, Laterza, Bari.
Arrigo, G.: 2004, Quale matematica per la scuola elementare? in *Bollettino dei Docenti di Matematica*, n. 48, pp. 9 – 28, Bellinzona.

Arzarello, F., Olivero, F., Paola, D. & Robutti, O.: 2002, 'A cognitive analysis of dragging practises in Cabri environments', *ZDM*, v.43, n.3, 66-72.
Arzarello, F. & Robutti, O. (in stampa), Approaching Functions through Motion Experiments, *Educational Studies in Mathematics*.
Assude, T.: 2001, Intégration de cabri dans les pratiques géométriques à l'école primarie, *actes de Cabri world*, Montreal.
Bartolini Bussi, M.G., Boni, M. & Ferri, F., 1995, *Interazione sociale e conoscenza a scuola: la discussione matematica*, Rapporto tecnico 21, Modena.
Bellone, E.: 1980, *Il sogno di Galilei*, Il Mulino, Bologna.
Ferrara, F. & Robutti, O., 2002, Approaching Graphs with Motions Experiences. In: A.D. Cockbrun & E. Nardi (eds), *Proceedings of PME 26,* Norwich, UK, 4, 121 – 128.
Furinghetti, F. & Paola, D.: 2002, 'Defining within a dynamic geometry environment: notes from the classroom', in A.D. Cockburn & E. Nardi (editors), *Proceedings of PME 26* (Norwich), v.2, 392-399.
Furinghetti, F. & Paola, D.: 2003, To produce conjectures and to prove them within a dynamic geometry environment: a case study, *Proceedings of PME 27* (Honolulu), v.2, 397-404
Habermas, J.: 2001, *Verità e giustificazione*, Laterza, Bari (titolo originale, *Wahrheit und Rechtfertigung*, Frankfurt 1999).
Olivero, F., Paola, D. & Robutti, O.: 2001, 'Avvio al pensiero teorico in un ambiente di geometria dinamica - Approaching theoretical thinking within a dynamic geometry environment', *L'Educazione matematica*, 126 – 148.
Paola, D.: 2001, 'Nuove tecnologie e nuova scuola', in B. D'Amore (editor), *Didattica della matematica e Rinnovamento curricolare* (Atti del convegno di Castel San Pietro Terme), 81–93.
Paola, D.: 2002, Cinematica e nuove tecnologie, *Didattica delle Scienze*, n. 218, 41-46.
Paola, D.: 2003, Introduzione al concetto di funzione in un primo anno di scuola secondaria, *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, v. 26 B, 548 – 575.
Paola, D. & Robutti, O.: 2001, 'La dimostrazione alla prova', in Autori vari (editors), *Matematica e aspetti didattici*, Quaderni del MPI, n.45, 97–202.
Paola, D.: 2004a, Dimostrazioni e ambienti di geometria dinamica. Quali relazioni? *Didattica delle Scienze*, n.229, 5 - 10.
Paola, D.: 2004b, Software di geometria dinamica per un sensato approccio alla dimostrazione in geometria: un esempio di *Laboratorio di matematica*, Progetto Alice, I, v. 13, 103 - 121.
Paola, D. & Robutti, O., 2004, Experimenting and explaining quantity variations to learn functions with Cabri-Gèomètre, *Cabri world 2004*, Roma.
Paola, D., (in stampa1) Diversi modi di insegnamento – apprendimento della matematica. Insegnamento – apprendimento tecnologico, in *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*.
Paola, D. (in stampa2), Un esempio di utilizzazione di TI Interactive! per l'avvio al Calculus, *Atti convegno nazionale ADT 2004*, Vietri sul Mare.
Rabardel, P.: 1995, *Les hommes et les technologies, une approche cognitive des instruments contemporains*, Armand Colin, Paris.
Vérillon, P. & Rabardel, P.: 1995, Artefact and cognition: a contribution to the study of thought in relation to instrumented activity. *European Journal of Psychology in Education*, vol. IX, n°3.